Crecimiento de Interfaces en Medios Desordenados

Lidia A. Braunstein

Tesis Doctoral

Departamento de Física
Universidad Nacional de Mar del Plata

Capítulo 1

Introducción y Resumen

El objetivo general de esta Tesis es el estudio de la dinámica del crecimiento de interfaces en medios desordenados. Las interfaces quedan definidas a través de regiones en las cuales las propiedades físicas y/o químicas cambian bruscamente. Estas interfaces pueden desarrollarse en medios desordenados y en consecuencia pueden presentar estructuras sumamente complejas, en particular cuando éstas se generan fuera del equilibrio.

En general éstas interfaces tienen propiedades de invarianza de escala espaciales y/o temporales producidas por correlaciones que se generan en éstas y que se desarrollan en un gran rango de escalas. La generación de estas correlaciones, se manifiesta a través de la dependencia tipo ley de potencia de sus observables macroscópicos más relevantes. Esto ayuda a caracterizar estos observables de una manera sencilla a través de los exponentes que determinan su comportamiento espacio-temporal. Conociendo los exponentes, a partir de los experimentos, uno puede crear modelos sencillos que traten de reproducir los principales mecanismos experimentales para luego construir una teoría genérica. La invarianza de escala ha proporcionado una herramienta muy poderosa a la hora de clasificar modelos complejos para encuadrarlos teóricamente en clases de universalidad.

El estudio de las interfaces que se desarrollan en medios desordenados representa un gran desafío para los investigadores que trabajan en estos temas debido a la intrincada naturaleza del desorden. La mayor dificultad se presenta a la hora de querer modelizar los resultados de los experimentos para después asociarlos con alguna ecuación teórica. La importancia de tener una ecuación teórica que reproduzca los resultados de los modelos radica en el hecho de que ésta representa el comportamiento de éstos a escalas hidrodinámicas, en este sentido es independiente de los detalles microscópicos de cada modelo, con lo cual modelos cuyos procesos microscópicos son bien distintos, pero que se comportan igual a nivel macroscópico, quedarían representados por la misma ecuación.

En este contexto la ecuación de Langevin de Kardar-Parisi-Zhang [37] (KPZ) con ruido térmico y congelado es la ecuación más general que define la mayoría de las clases de universalidad para una gran variedad de modelos de crecimiento de superficies rugosas.

El método más usado a la hora de establecer la correspondencia entre una ecuación de crecimiento continua y un modelo discreto, para después clasificarlos en clases de universalidad, es obtener los exponentes a través de intensivas simulaciones del modelo y compararlos con aquellos de la correspondientes ecuaciones fenomenológicas continuas.

A veces éste método no es muy confiable debido a que en algunos modelos se llega muy lentamente al régimen asimptótico. Además, procesos con los mismos exponentes pueden no pertenecer a la misma clase de universalidad. Por ejemplo, la simulación del modelo $1 + 1$-dimensional que representa a interfaces rugosas entre liquidos inmiscibles [28] da los mismos exponentes que la ecuación KPZ con ruido térmico, aunque no existe ninguna razón física ni relación matemática entre estos dos procesos [42].

La manera más confiable de establecer esta correspondencia es derivar, cuando sea posible, estas ecuaciones para cada modelo analíticamente, con la ventaja de que los términos de la ecuación obtenida pueden ser identificados y sus coeficientes quedan relacionados con la dinámica microscópica.

Hoy los físicos estamos interesados no sólo en la morfología de las interfaces ya construidas sino también en cómo estas morfologías evolucionan en el tiempo. Las cuestiones más relevantes se refieren a la formación, crecimiento y dinámica de estas interfaces. Algunas de estas interfaces pueden propagarse en medios inhomogéneos. En particular nuestro interés está centrado en la formación y el movimiento de interfaces en medios desordenados debido a que una gran cantidad de superficies, que se encuentran en la naturaleza o las construidas por el hombre, se desarrollan en este tipo de medios. Algunos ejemplos de interfaces que se propagan en medios desordenados son

1. La imbibición de fluido en un medio poroso: Cuando se observa como una mancha de tinta se propaga, por ejemplo en tela o papel, llama la atención su “forma” y la ‘rugosidad” de su superficie. El papel o la tela son medios prototipos de la porosidad inhomogénea de las rocas que contienen petróleo. La única diferencia entre el flujo de fluido en un papel y en estas rocas es la escala a la cual estos dos fenómenos se desarrollan. Esto es una gran ventaja ya que usando unos pocos centímetros de papel uno puede entender el fenómeno que se desarrolla con la penetración de petróleo en las rocas a escalas kilométricas. La interface seca-mojada, entre el medio mojado por el fluido y el medio seco, puede ser caracterizada usando leyes de escala provenientes de modelos muy simples que capturan la naturaleza de los mecanismos que constituyen la morfología de ésta, para aplicarlo luego a sistemas más complejos.

2. La propagación de frentes de combustion: Tomando un pedazo de papel, tensándolo y quemándolo lentamente sin llama uno puede ver la interface entre las partes quemadas y no quemadas. La rugosidad de su superficie es muy similar a la de la mancha de tinta. ¿Esta similitud,

es casual o estos procesos tienen algo en común?

3. El crecimiento de colonias de bacterias: Sobre un vidrio de petri que contiene agar-agar y nutriente se inyecta una bacteria y esta se multiplica. A escalas microscópicas las bacterias presentan un movimiento aleatorio. Observado desde lejos uno puede ver interesantes morfologías en la colonia de bacterias dependiendo de la concentración de nutriente y de otros parámetros experimentales. Algunas colonias de bacterias tienen una forma compacta con una superficie rugosa muy similar al de una mancha de tinta. El desorden podría deberse, entre otras causas, a la distribución inhomogénea del agar-agar y/o del nutriente.

Esta Tesis está centrada principalmente en el estudio de modelos de crecimiento con desorden en el medio que pertenecen a la clase de universalidad del modelo de percolación dirigida [22]. Estos modelos son de gran interés desde un punto de vista tecnológico ya que intentan reproducir los principales mecanismos de la imbibición de un fluido viscoso en un medio poroso, como por ejemplo la imbibición de petróleo en las rocas porosas.

En especial nuestro mayor interés se centra en el régimen dinámico de estos modelos ya que este régimen ha sido menos estudiado que el estático.

La Tesis se enfoca principalmente en la obtención de las ecuaciones microscópicas, obtenidas a partir de la ecuación maestra de cada uno de ellos. A partir de las ecuaciones microscópicas, se pueden derivar los observables macroscópicos con la ventaja de que los mecanismos principales surgen naturalmente de las reglas de evolución. Estas ecuaciones microscópicas, con un adecuado tratamiento, se pueden llevar al continuo, obteniendo así la ecuación analítica continua para cada modelo. La ecuación continua, por ser deducida desde la microscopía, caracteriza la clase de universalidad de éste sin necesidad de asociar los exponentes obtenidos de las simulaciones con los de las ecuaciones fenomenológicas.

El contenido de esta Tesis está estructurado en seis Capítulos y dos Apéndices.

En el segundo Capítulo se presentan los avances teóricos y experimentales acerca del crecimiento de interfaces en medios desordenados.

En el tercer, cuarto y quinto Capítulo se presenta el trabajo original de esta Tesis: el estudio de los modelos de crecimiento de interfaces con ruido congelado con resultados de simulación y teóricos. El enfoque teórico está centrado en la obtención de las ecuaciones maestras que describen la evolución de estas interfaces. Esta ecuación de evolución permite inferir propiedades macroscópicas que son consecuencia de la dinámica microscópica. Es decir, propiedades propias del crecimiento y arrugamiento de la interface. Esta ecuación lleva además información sobre como se acoplan los ruidos a la dinámica. En los sistemas que se estudian en esta Tesis, los ruidos están fuertemente acoplados a la dinámica. Este hecho no es tenido en cuenta por las ecuaciones fenomenológicas continuas más usadas, a la hora de clasificar a estos modelos en clases de universalidad.

En los apéndices se presentan resultados de modelos de reacción-difusión en sustratos unidimensionales que quedan incluidos en la tesis ya que fueron abordados en su comienzo y las técnicas utilizadas en este contexto son comunes a todo el trabajo de Tesis.

En el Capítulo 2, se hace una revisión de la idea de invariancia de escala y se presenta su relación con el concepto de clases de universalidad. Estos conceptos son los más usados a la hora de caracterizar las interfaces. La metodología utilizada para estudiar las interfaces son los experimentos, los modelos discretos y las ecuaciones continuas. En este capítulo se explican algunos experimentos que se desarrollan en medios desordenados. Se introduce también el modelo de percolación dirigida (DPD) como así también las ecuaciones continuas que intentan clasificar a estos modelos en clases de universalidad. Cabe destacar que los primeros indicios experimentales de la influencia del medio desordenado en la dinámica del crecimiento de interfaces en medios desordenados datan del principio de esta década.

En el Capítulo 3 se consideran los dos modelos más representativos de la imbibición de líquido en medios porosos. Estos modelos han sido encuadrados en la clase de universalidad del modelo DPD. Se comienza con un análisis del rango de validez del exponente que caracteriza el comportamiento dinámico. A continuación, se propone una ecuación fenomenológica para la rugosidad de la interface para el modelo de Tang y Leschhorn (TL) [51]. Para este modelo, se analiza el régimen de tiempos cortos. Se presenta la ecuación maestra del modelo TL, a partir de la cuál se analizan las contribuciones macroscópicas, vía simulaciones de Monte Carlo, al crecimiento relacionadas con los mecanismos microscópicos. Luego, se estudia el modelo de Buldyrev *et al.* [15] que se supone que pertenece a la misma clase de universalidad que el modelo DPD.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados de la integración numérica de la ecuación de Kardar, Parisi y Zhang con ruido congelado. Si bien, esta ecuación es usada para clasificar a los modelos estudiados en clases de universalidad, se demuestra que sus contribuciones son cualitativa y cuantitativamente disttintas que la de los modelos.

En el Capítulo 5 se presenta la obtención de la ecuación continua para el modelo TL. Se demuestra que la ecuación KPZ con ruido congelado, a pesar de tener los mismos exponentes que estos modelos, no es la ecuación que representa a este modelo. Este último resultado es muy relevante ya que demuestra que no alcanza la similitud de los exponentes para la clasificación de los sistemas en clases de universalidad.

En el Capítulo 6 se hace un resumen de los temas investigados como así también una discusión acerca de los resultados.

En el Apéndice se presentan los trabajos que se hicieron al principio de la Tesis. Si bien aquí no se estudia el crecimiento de interfaces en medios desordenados, la metodologíempleada es común con la del cuerpo de la Tesis.

Bibliografía

[1] L. A. Amaral, A. L. Barabási y H. E. Stanley, Phys. Rev. Lett. **73**, 62 (1994).

[2] L. A. Amaral *et al.*, Phys. Rev. E **51**, 4655 (1995).

[3] L. A. Amaral, A. L. Barabási, H. Makse y H. E. Stanley, Phys. Rev. E **52**, 4087 (1995).

[4] D. ben-Avraham, Phys. Rev. Lett. **71**, 3733 (1993); D. ben-Avraham y D. Zhong, Chem. Phys. **180**, 329 (1993).

[5] A. L. Barabási y H. E. Stanley, *Fractal Concepts in Surface Growth*, Cambridge University Press (1995).

[6] L. Braunstein, H. O. Mártin, M. D. Grynberg, y H. E. Roman, J. Phys. A **25**, L255 (1992).

[7] L. A. Braunstein y R. C. Buceta, Phys. Rev E **53**, 3414 (1996).

[8] L. Braunstein y R. C. Buceta. Phys Rev. E 54, 6125-6127 (1996)

[9] L. A. Braunstein, R. C. Buceta y A. Díaz-Sánchez, Physica A **266**, 308 (1999).

[10] L. A. Braunstein, R. C. Buceta y A. Díaz-Sánchez, J. of Phys. A, **32**, 1801 (1999)

[11] L. A. Braunstein y R. C. Buceta, Phys. Rev. Lett. **81**, 630 (1998).

[12] L. A. Braunstein, R. C. Buceta y N. Giovambattista, Phys. Rev. Lett. **82**, 1338 (1999)).

[13] L. A. Braunstein, R. C. Buceta, N. Giovambattista y A. Díaz-Sánchez, Phys. Rev. E **59**, 4243 (1999).

[14] L. A. Braunstein, R. C. Buceta y A. Díaz-Sánchez, submitted to the Phys. Rev E.

[15] S. V. Buldyrev, A. L. Barabási, F. Caserta, S. Havlin, H. E. Stanley y T. Viscek, Phys. Rev. A **45**, R8313 (1992).

[16] S. V. Buldyrev, A. L. Barabási, S. Havlin, J. Kertész y H. E. Stanley, Physica A **191**, 220 (1992).

[17] M. Cieplack y M. O. Robbins, Phys. Rev. Lett. **60**, 2042 (1988).

[18] C. D. Archubi, L. A. Braunstein, R. C. Buceta, y G. Costanza (en preparación).

[19] G. Costanza, Phys. Rev. E **55**, 6501 (1997); J. Phys. A **31**, 7211 (1998).

[20] Z. Csahók, K. Honda, E. Somfai, M. Vicsek and T. Vicsek, Physica A **200**, 136 (1993).

[21] C. R. Doering y D. ben-Avraham, Phys. Rev. Lett. **62**, 2563 (1989); M. A. Burschka, C. R. Doering, y D. ben-Avraham, Phys. Rev. Lett. **63**, 700 (1989); D. ben-Avraham, M. A. Burschka, y C. R. Doering, J. Stat. Phys. **60**, 695 (1990).

[22] M. Eden, *Symposium on information theory in biology*, Pergammon (NY), 359 (1958); S. R. Broadbend y J. M. Hammersley, *Procc. of the Cambridge Phylosophycal Soc* **53**, 629 (1957).

[23] S. Edwards y D. Wilkinson, Proc. Roy. Soc. London, Ser **A 381**,17 (1982).

[24] J. W. Essam, A. J. Guttmann y K. De'Bell, J. of Phys. A, **21**, 3815 (1988).

[25] F. Family y T. Vicsek, J. of Phys. A **18**, L75 (1985).

[26] Family F., J. Phys. A **19**, L441 (1986).

[27] F. Family, K. C. B. Chan y J. Amar,'Dynamics of interface roughening in imbibition', in *Surface Disordering: Growth, Roughening and Phase Transition*, edited by R. Jullien , J. Kertész, P. Meakin y D. E. Wolf, 205, Nova Science NY (1992).

[28] E. G. Flekkoy y D. H. Rothman, Phys. Rev. Lett.**75**, 260 (1995)

[29] S. Havlin, L. A. N. Amaral, S. V. Buldyrev, S. T. Harrington y H. E. Stanley, Phys. Rev. Lett. **74**, 4205 (1995).

[30] S. H. He, G. L. M. K. S. Kahanda y P. Wong, Phys. Rev. Lett. **69**, 3731 (1992).

[31] V. K. Horváth, F. Family y T. Vicsek, J. Phys. A **24**, L25 (1991).

[32] V. K. Horváth y H. E. Stanley, Phys. Rev. E **52**, 5196 (1995).

[33] Z. F. Huang y B. L. Gu, Phys. Rev. E 54, 5935 (1996); Z. F. Huang y B. L. Gu, Phys. Rev. E **57**, 448 (1998).

[34] H. Jeong, B. Kahng, and D. Kim, Phys. Rev. E **59**, 1570 (1999).

[35] H. Ji y M. O. Robbins, Phys. Rev. A **44**, 2538 (1991); H. Ji y M. O. Robbins, Phys. Rev. B **46**, 14519 (1992); B. Koiller, H. Ji y M. O. Robbins, Phys. Rev. B **46**, 5258 (1992)

[36] H. A. Makse, Ph.D. Thesis, Boston University (1996).

[37] M. Kardar, G. Parisi y Y. Zhang, Phys. Rev. Lett **56**, 889 (1986).

[38] B. Koiller, H. Ji y M. O. Robbins, Phys. Rev. B **46**, 5258 (1992).

[39] R. Kopelman, C. S. Li y Z. Y. Shi, J. Luminescence **45**, 40 (1990).

[40] J. M. López, J. J. Ramasco y M. A. Rodriguez, Phys. Rev. Lett. **88**, 1337 (1999)).

[41] H. O. Mártin, L. Braunstein, Z. Phys. B **91**, 521 (1993).

[42] Paul Meakin, *Fractals, scaling and growth far from equilibrium*, Cambridge University Press (1998).

[43] O. Narayan y D. S. Fisher, Phys. Rev. B **48**, 7030 (1993).

[44] T. Natterman *et. al*, J. Phys. II (France), **2**, 1483 (1992).

[45] K. Park y B. Kahng, Phys. Rev. E **51**, 796 (1995); M. Předota y M. Kotrla, *ibid.* **54**, 3933 (1996); Z. -F. Huang y B. -L. Gu, *ibid.* **54**, 5935 (1996).

[46] V. Priman, C. R. Doering, y H. L. Frisch, Phy. Rev. E **48**, 846 (1993).

[47] A. Réka, A. L. Barabási, N. Carle y A. Dougherty, Phys. Rev. Lett. **81**, 2926 (1998).

[48] M. A. Rubio, C. A. Edwards, A. Dougherty y J. P. Gollub, Phys. Rev. Lett. **63**, 1685 (1989).

[49] K. Sneppen, Phys. Rev. Lett. **69**, 3539 (1992).

[50] J. P. Stokes, A. P. Kushnick y M. O. Robbins, Phys. Rev. Lett. **60**, 1386 (1998).

[51] L. H. Tang y H. Leschhorn, Phys. Rev. A **45**, R8309 (1992).

[52] L. H. Tang, M. Kardar y D. Dhar, Phys. Rev. Lett. **74**, 920 (1995).

[53] A. Díaz-Sánchez, L. A. Braunstein y R. C. Buceta submitido al Phys. Rev. E.

[54] T. Vicsek, M Cerzö y V. K. Horváth Physica A **167**,(1990).

[55] J. Yang y G. Hu, Phys. Rev. E **55**, 1525 (1997).

[56] J. Zhang, Y. -C. Zhang, P. Alstrøm y M. T. Levinsen, Physica A **170**, 1 (1990).

[57] D. Zhong y D. ben-Avraham, J. Phys. A **28** (1995).

[58] D. D. Vvedensky, A. Zangwill, C. N. Luse, y M. R. Wilby, Phys. Rev. E **48**, 852 (1993).

Esta Tesis ha dado lugar a las siguientes trabajos

1. *Nucleation Model for diffusion-limited coalescence with finite reactions rates in one dimension*, L. Braunstein y R. C. Buceta. Phys. Rev. E **53**, 3414 (1996).

2. *Nucleation Model for multiparticle reactions with finite reactions rates in one dimension*, L. Braunstein y R. C. Buceta. Phys. Rev. E **54**, 6125 (1996).

3. *Macroscopic equation for the roughness of growing interfaces in quenched disordered media*, L. Braunstein y R. C. Buceta, Phys. Rev. Lett. **81**, 630 (1998).

4. *Growing Interfaces in Quenched Disordered Media*, L. Braunstein, R. C. Buceta y A. Díaz-Sánchez, Physica A **266**, 334 (1999).

5. *Microscopic equation for growing interfaces in quenched disorderd media*, L. Braunstein, R. C. Buceta y A. Díaz-Sánchez, J. of Phys. A **32**, 1801 (1999).

6. *Directed Percolation Depinning Models - Evolution Equations*, L. Braunstein, R. C. Buceta, N. Giovambattista y A. Díaz-Sánchez. Phys. Rev. E **59**, 4243 (1999) .

7. *Reply on 'Comment on "Macroscopic Equation for the Roughness Growing Interfaces in Quenched Disordered" '*, L. A. Braunstein, R. C. Buceta y N. Giovambattista, Phys. Rev. Lett. **82**, 1338 (1999).

8. A review on dynamics of growing interfaces in quenched disordered media. L. Braunstein, R. C. Buceta, N. Giovambattista y A. Díaz-Sánchez, "Material Instabilities", Kluber Ac. Publ, Holland, en prensa 1999.

9. *Theoretical Continuous Equation derived from the microscopic dynamics for growing interfaces in quenched media*, L. A. Braunstein, R. C. Buceta, C. D. Archubi y G. Costanza, enviado a Phys. Rev. Lett. (1999).

10. *Does the quenched Kardar-Parisi-Zhang equation describe the directed percolation depining models?*, A. Díaz-Sánchez, L. A. Braunstein y R. C. Buceta, enviado al Phys. Rev. E (1999).

11. *Theoretical Continuous Equation from the microscopic dynamics of the Buldyrev model*, C. D. Archubi, L. A. Braunstein, R. C. Buceta y G. Costanza (en preparación).