

# Introducción a las integrales de camino y sus aplicaciones

## CONTENIDOS MÍNIMOS:

Funcional acción. Propagador de Feynman. Partícula libre. Fórmula de Trotter. Potencial cuadrático general: oscilador armónico. Métodos de cálculo: expansión alrededor de una trayectoria clásica, desarrollo del propagador en serie de Fourier, diagonalización de la acción (discreta). Aproximación semiclásica. Fórmula Feynman-Kac. Integral de camino en el espacio de las fases. Función de correlación y funcional generatriz. Instantones, tunnelling y decaimiento de estados metaestables. Funcional de influencia: uso en procesos estocásticos. Aplicaciones.

## PROGRAMA ANALÍTICO:

UNIDAD 1. Introducción. Operador de desplazamiento temporal. Propagador. Función de Green, propagador de tiempos cortos. Representación del propagador como integral de camino: receta de Feynman. Trayectoria clásica, su contribución al propagador de partículas libres. Evaluación (discreta) en el caso de partícula libre. Fórmula de Trotter (Fórmula de Baker - Hausdorff y de Zassenhaus). Potencial cuadrático general. Relevancia de la trayectoria clásica. Caso de potencial vector: equivalencia con ecuación de Schrödinger.

UNIDAD 2. Algunos métodos de cálculo. Desarrollo alrededor de una trayectoria de referencia (clásica), desarrollo del propagador en serie de Fourier. Cálculo via diagonalización directa de la versión discreta de la acción. Ejemplos: oscilador armónico, fórmula de Feynman - Soriau: oscilador armónico con frecuencia dependiente del tiempo. Relación del desarrollo alrededor de una trayectoria de referencia y el problema de Sturm - Liouville, determinante de operadores diferenciales. Cálculo de variaciones, determinantes de Van Vleck. Aproximación semiclásica. Coalescencia de trayectorias, caústicas y catástrofes. Ejemplos.

UNIDAD 3. Propagador en energía. Fórmula de Feynman-Kac, determinación del espectro de autovalores y de las autofunciones. Relación con WKB, el tunnelling, tiempo imaginario. Scattering por encima de una barrera. Integrales de camino en el espacio de configuración y en el espacio de las fases. Ligaduras de tipo topológico: condiciones de contorno de Dirichlet y Neumann, potencial en el origen, sistema encerrado en una caja, condiciones periódicas. Perturbaciones. Funciones de correlación y funcional generatriz. Términos de fuente.

UNIDAD 4. Estadísticas cuánticas, función de partición, matriz, densidad, perturbaciones. Tratamiento del espín y otras variables discretas, productos ordenados temporalmente. Truco de Hubbard-Stratonovich: "completando cuadrados", aplicación a ferromagnetismo y al modelo de Anderson. Funcional de influencia, propiedades, aplicaciones. Instantones y bounces, tunnelling y decaimiento de estados metaestables, splitting de energía del estado fundamental. Transformación de coordenadas. Transformaciones generalizadas de Galileo, transformaciones de Duru-Kleinert, aplicación de los potenciales de Coulomb y de Morse.

UNIDAD 5. Procesos estocásticos, caso de difusión, medida de Wiener. Tratamiento de ecuaciones de Langevin y de Fokker-Planck. Funcional de Onsager-Machlup.

Relación entre ecuaciones diferenciales, ecuaciones integrales e integrales de camino. Funcional de influencia, uso en procesos estocásticos, eliminación adiabática y no adiabática de variables. Instantones y tiempos de paso.

UNIDAD 6. Aplicaciones: Polímeros (área encerrada, winding number, etc.). Método de descomposición de caminos para determinación de probabilidades de transición y tiempos de paso. Potenciales estocásticos. Movimiento Browniano cuántico. Secciones Pechucas. Tunnelling con disipación. Procesos de nucleación y transiciones de fase. Procesos no Markovianos. Electrones fuertemente correlacionados. Métodos de bosones esclavos. Tunnelling a través de barreras dinámicas.

## BIBLIOGRAFIA:

R.P.Feymann y A.R. Hibbe: Quantum mechanics and Path integrals. McGRaw - Hill. 1965

R.P. Feynman; Statistical Mechanics. Benjamin. 1972

H. Kleinert; Path Integrals. World Sci. 1991

H. Langouche, D. Roekaerts y E. Tirapegui; Functional Integration and semiclassical expansions. D. Reidel. 1982

L.S. Schulman; Techniques and Applications of Path Integration. Wiley. 1981

F.W. Wiegel; Introduction to Path Integral Methods in Physics and Polymer Science.

H.S. Wio; Introducción a las integrales de camino. Dpto. Public. Univ. Illes Balears. Palma de Mallorca. 1989

También varios proc. de conferencias, artículos de Review (en Phys. Rep. y otras revistas) y didácticos en Am. J. Phys.

## PROGRAMA DE PRÁCTICAS:

La funcional acción. Cálculo de acciones y transformaciones canónicas

Discretizaciones. Propagador de partícula libre

Potencial cuadrático general. Expansión a partir de la trayectoria clásica

El oscilador armónico libre y forzado

Integrales de camino y determinantes

Cálculo de integrales de camino en el espacio de fases

Instantones. Tunnelling con disipación

Movimiento browniano: Integral de Wiener

Procesos estocásticos: Ecuación de Langevin. Casos particulares.