Introducción a la Geometría Diferencial

CONTENIDOS MÍNIMOS:

Variedades diferenciables. Funciones diferenciables. Diferencial. Fibrado tangente. Campos vectoriales. Formas diferenciales. Derivada exterior. Integración de variedades.

PROGRAMA ANALÍTICO:

UNIDAD 1. VARIEDADES DIFERENCIABLES
Espacios localmente Euclídeos de dimensión finita. Sistemas de coordenadas. Variedades diferenciables. Ejemplos. Existencia de particiones subordinadas a un cubrimiento. Extensión de funciones diferenciables.

UNIDAD 2. ESPACIO TANGENTE
Curvas diferenciables. El espacio tangente como clase de equivalencia de curvas. Regla de cambio de coordenadas de vectores tangentes. Derivaciones. El espacio tangente como derivaciones. Ejemplos.

UNIDAD 3. TRANSFORMACIONES DIFERENCIABLES Y DIFERENCIAL
Transformaciones diferenciables entre variedades diferenciables. Ejemplos. Diferencial. Propiedades del diferencial. Difeomorfismo, inmersión y sumersión. Teoría local de las transformaciones diferenciables Teorema de la funcion inversa, Forma local de las inmersiones y de las sumersiones.

UNIDAD 4. SUBVARIEDADES
Subvariedad. Ejemplos. Teorema de la función implícita. Incrustaciones. Subvariedad incrustada. Ejemplos.

UNIDAD 5. FIBRADOS VECTORIALES FIBRADO TANGENTE Y COTANGENTE
Definición de fibrados vectoriales. Construcción de fibrados vectoriales por medio de cociclos. Ejemplos. Fibrados tangente y cotangente. Fibrados tensoriales y exteriores.

UNIDAD 6. CAMPOS VECTORIALES Y DIFERENCIALES
Campos Vectoriales Tangentes. Curvas integrales. Corchete de Lie de Campos Vectoriales. Propiedades. Secciones de fibrados vectoriales. Derivadas de Lie. Diferencial exterior de formas diferenciables. Propiedades. Relaciones entre los diferentes diferenciales.

UNIDAD 7. INTEGRACION EN VARIEDADES DIERENCIABLES
Variedades diferenciables con borde. Orientación de variedades diferenciables. Integración de formas diferenciables. Teorema de Stokes. Corolarios y aplicaciones. Introducción a la Cohomologia de De Rham.

UNIDAD 8. TEOREMA DE FROBENIUS
Distribuciones. Distribuciones involutivas e integrables. Ejemplos. Foliaciones. Subvariedad integral a una Distribución. Teorema de Frobenius. Aplicaciones.

UNIDAD 9. GRUPOS DE LIE
Grupos de Lie. Ejemplos. Propiedades elementales. Algebras de Lie. Algebra de Lie asociada a un grupo de Lie. La exponencial. Propiedades y ejemplos. Morfismos de grupos de Lie y Algebras de Lie. Subgrupos de un grupo de Lie. Espacios

homogéneos. Introducción a la Teoría. Representaciones de grupos y Algebras de Lie.

UNIDAD 10. FIBRADOS PRINCIPALES Y ASOCIADOS
Fibrados principales. Ejemplos. Conexiones. Curvatura y Ecuación de Estructura. Holonomia. Conexiones afines. Fibrados asociados. Ejemplos.

BIBLIOGRAFIA:

R. Abraham, J. E. Marsden, T. Ratiu. Manifolds, Tensor Analysis and Applications. Addisson-Wesley, 1983.

R. Abraham, J. E. Marsden. Foundations of Mechanics. Addisson-Wesley, 1983.

R. Bishop, R. Crinenden: Geometry of Manifolds. Acadamic Press, 1964.

M. P. Do Carmo. Geometria Riemanniana. Projeto Euclides, 1990.

B.Doubrovine, S. Novikov, A. Fomenko. Geometrie Contemporaine. Methodes et Applications. MIR, 1985.

S. Helgasson. Differential Geometry and Symmetric Spaces. Academic Press, 1978.

S. Kobayashi, K. Nomizu. Foundations of Differential Geometry. vol. l. Interscience, 1963.

E. Lages Lima. Curso de Analise. vol. 2. Projeto Euclides, 1989.

E. Lages Lima. Variedades Diferenciales. Monografias de Matematica Nro.15. IMPA 1973.

Y. Matsushima: Differentiable Manifolds. Marcel Deeker, 1972.

J. Milnor. Topology from the Differential Viewpoint. Univ. of Virginia Press, 1965.

I. Singer, J. Thorpe. Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry. Scott Foreman. 1967.

V. S. Varadarajan. Lie Groups, Lie Algebras and Their Representations. Prentice-Hall, 1974.

F. Warner. Foundations of Differential Manifolds and Lie Groups. Springer-Verlag, 1985.

R. Hermann. Lie Groups for Physicists. W.A.Benjamin, 1966.

Y. Choquet-Bruhat C. DeWitt-Morette, M. Dillard-Bleick. Analysis, Manifolds and Physics. North-Holland, 1982.

V. I. Arnold. Mathematical Methods of CIassical Mechanics. Springer-Verlag, 1978.

F. Schutz. Differential Geometry for Physicists.

Nash, Sen. Geometry and Topology for Physicists. Wiley, 1980.