Análisis III

CONTENIDOS MÍNIMOS:

Topología del plano complejo. Funciones holomorfas. Series de potencias. Fórmula de Cauchy. Representación integral del tipo de Cauchy para la derivada de una función holomorfa. Teorema de Taylor. Prolongación analítica. Funciones armónicas. Representación de funciones en serie de potencias de exponente entero. Series de Laurent. Singularidades. Transformaciones conformes. Funciones especiales. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas.

PROGRAMA ANALÍTICO:

UNIDAD I. Topología del plano complejo. El cuerpo de los números complejos. Operaciones. Forma binómico y polar de un número complejo. Raíces de un número complejo. Conceptos topológicos básicos. Conjuntos abiertos, cerrados, conexos, conexos por arcos, simplemente conexos, compactos. Propiedades. Límite y continuidad de una función compleja de variable compleja. Definición y propiedades. Sucesiones de números complejos. Convergencia uniforme y casi uniforme.

UNIDAD II. Función holomorfa. Condiciones de Cauchy-Riemann. Series numéricas. Criterios de convergencia. Series de potencias.

UNIDAD III. Integral curvilínea. Teoremas de Cauchy y Morera. Fórmula de Cauchy. Teorema de Liouville. Convergencia casi uniforme de funciones holomorfas. Funciones analíticas elementales: exponencial, logaritmo, funciones trigonométricas, raíces. Desarrollo en serie de potencias: Teorema de Taylor. Ceros de una función holomorfa. Principio de prolongación analítica. Principio del módulo máximo. Funciones armónicas.

UNIDAD IV. La continuación analítica. Singularidades aisladas. Teorema de Laurent. Ceros y polos. Singularidad esencial. Teorema de Picard. El punto del infinito. Teorema de los residuos. Principio del argumento. Teorema de Rouché. Teorema fundamental del álgebra. Cálculo de integrales por residuos.

UNIDAD V. Propiedades de la representación conforme. La transformación lineal. La transformación bilineal.

UNIDAD VI. La función Gamma. Fórmula de recurrencia. La función Beta. Fórmula de duplicación de Legendre. Fórmula de Stirling.

UNIDAD VII. Teorema de existencia y unicidad para las ecuaciones diferenciales de n-ésimo orden. Casos simples de reducción del orden. Ecuaciones diferenciales lineales de n-ésimo orden. Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes y ecuación de Euler.

BIBLIOGRAFÍA:

Ahlfors, L.V.: Complex Analysis. Third Edition. McGraw-Hill, Inc., 1979.
Apostol, T.M.: Mathematical Analysis. Addison-Wesley Publishing Company. Second Edition.

Cartan, H.: Teoría elemental de las Funciones Analíticas de una y varias variables complejas. Selecciones Científicas.
Churchill, R.V. & Brown, J.W.: Variable Compleja y Aplicaciones. McGraw-Hill, Inc., 4° Edición.
Dettman, J.W.: Applied Complex Variables. Dover Publications, Inc.
Elsgoltz, L.: Ecuaciones Diferenciales y cálculo variacional. Segunda Edición. Ed. Mir, 1977.
Lang, S.: Complex Analysis. Third Edition. Springer-Verlag. GTM 103. 1993.
Markushevich, A.: Teoría de las Funciones Analíticas. Tomo I y II. Ed. Mir. Moscú.
Pontriaguin, L.S.: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Ed. Aguilar, 1973.
Redheffer,L.: Curso de Variable Compleja. Ed. Reverté, S.A.
Roxin,E.O. & Spinadel, V.W. de: Ecuaciones Diferenciales Ordianrias. EUDEBA, 1976.
Sacks, S. & Zygmund, A.: Analytic Functions. Third Edition. Elsevier Publishing Company.
Simmons, F.: Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y notas históricas. McGraw-Hill, 1977.
Titchmarsh,E.C.: The Theory of Functions. Second Edition. Oxford Science Publications.
Trejo, C.A.: Funciones de variable compleja. Colección Harper.